

### 例題 3(ナップサック問題)

5個の品物1~5があり,それぞれの重さと値段は表3の通りである.  
これをナップサックに詰めたいが,これには 10 kgまでしか詰め込めない.  
値段が最大となる品物選ぶにはどうすれば良いか.

表 3

品物	1	2	3	4	5
重さ	5	3	2	4	1
値段	2500	200	150	250	100

#### 解 法

品物 $i$  ( $i = 1,2,3,4,5$ )をナップサックに入れるか入れないかによって  
値 1,0 を取る変数 $x_i$  を導入すると,この問題は

制約条件

$$5 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 + 4 \cdot x_4 + 1 \cdot x_5 \leq 10$$

のもとに

$$100 \cdot x_1 + 200 \cdot x_2 + 150 \cdot x_3 + 250 \cdot x_4 + 100 \cdot x_5$$

を最大化する問題になる.

Excel に下記の作成例のように表 3 のデータを作成する。

表 3

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	品物	1	2	3	4	5		
2	重さ	5	3	2	4	1		
3	値段	250	200	150	250	100		
4								
5		x1	x2	x3	x4	x5		
6		0	0	0	0	0	0	10

$=\text{SUMPRODUCT}(B2:F2,B\$6:F\$6)$

$5 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 + 4 \cdot x_4 + 1 \cdot x_5$

$=\text{SUMPRODUCT}(B3:F3,B\$6:F\$6)$

$100 \cdot x_1 + 200 \cdot x_2 + 150 \cdot x_3 + 250 \cdot x_4 + 100 \cdot x_5$

ソルバーのパラメータは以下の通りである。

自動保存 (オ) 自動保存 (オ)

ソルバーのパラメーター

$=\text{SUMPRODUCT}(B3:F3,B\$6:F\$6)$

$$100 \cdot x_1 + 200 \cdot x_2 + 150 \cdot x_3 + 250 \cdot x_4 + 100 \cdot x_5$$

目的セルの設定:(I)

目標値:  最大値(M)  最小値(N)  指定値:(V)

変数セルの変更:(E)   $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$

制約条件の対象:(U)

$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \in \{1,0\}$  追加(A)

$5 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 + 4 \cdot x_4 + 1 \cdot x_5 \leq 10$  変更(C)

削除(D)

すべてリセット(R)

読み込み/保存(L)

制約のない変数を非負数にする(K)

解決方法の選択:  オプション(P)

解決方法  
滑らかな非線形を示すソルバー問題には GRG 非線形エンジン、線形を示すソルバー問題には LP シンプレックス エンジン、滑らかではない非線形を示すソルバー問題にはエボリューションナリー エンジンを選択してください。

ソルバーによる解は以下の通り

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	品物	1	2	3	4	5		
2	重さ	5	3	2	4	1		
3	値段	250	200	150	250	100		
4								
5		x1	x2	x3	x4	x5		
6		0	1	1	1	1	10	10
7							700	
8								
9								

ソルバーの結果

ソルバーによって解が見つかりました。すべての制約条件と最適化条件を満たしています。

ソルバーの解の保持

レポート  
解答

品物 2,3,4,5 を詰め込んだときに値段の合計の最大値 700 になる。

作成例

ファイル ホーム 挿入 ページレイアウト 数式 データ 校閲 表示 ヘルプ Analytic Solver

E7 :     =SUMPRODUCT(B7:D7,B\$2:D\$2)

	A	B	C	D	E	F
1		x1	x2	x3		MAX
2		0	0	0		
3	I	4	0	7	0	90
4	II	1	3	9	0	60
5	III	6	0	14	0	110
6	IV	4	10	1	0	75
7	L	80	110	95	0	
8						

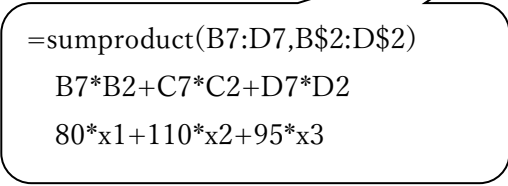
ファイル ホーム 挿入 ページレイアウト 数式 データ 校閲 表示 ヘルプ Analytic Solver

E7 :     =SUMPRODUCT(B7:D7,B\$2:D\$2)

	A	B	C	D	E	F
1		x1	x2	x3		MAX
2		0	0	0		
3	I	4	0	7	0	90
4	II	1	3	9	0	60
5	III	6	0	14	0	110
6	IV	4	10	1	0	75
7	L	80	110	95	0	
8						

Callouts for the Solver Parameters table:

- Row 3: =sumproduct(B3:D3,B\$2:D\$2)
- Row 4: =sumproduct(B4:D4,B\$2:D\$2)
- Row 5: =sumproduct(B5:D5,B\$2:D\$2)
- Row 6: =sumproduct(B6:D6,B\$2:D\$2)



```
=sumproduct(B7:D7,B$2:D$2)  
B7*B2+C7*C2+D7*D2  
80*x1+110*x2+95*x3
```

この作成例では

(1) セル B2,C2,D2 が 製品 A,B,C のそれぞれの生産量  $x_1, x_2, x_3$  を表す.

(2) 線形の一次式

$$\begin{aligned} &4 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 + 7 \cdot x_3 \\ &1 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 + 9 \cdot x_3 \\ &6 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 + 14 \cdot x_3 \\ &4 \cdot x_1 + 10 \cdot x_2 + 1 \cdot x_3 \end{aligned}$$

を E3, E4, E5, E6 に入力している.

ここで,  $\text{sumproduct}(B4:D4, B\$2:D\$2)$  はベクトル  $(B4, C4, D4)$  と  $(B2, C2, D2)$  の内積  $B4 \cdot B2 + C4 \cdot C2 + D4 \cdot D2$  であり  $4 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 + 7 \cdot x_3$  を表す.

(3) F3, F4, F5, F6 には, 原材料 I, II, III, IV の使用できる量の上限を入力している.

(4) E7 には

$$L(x_1, x_2, x_3) = 80 \cdot x_1 + 110 \cdot x_2 + 95 \cdot x_3$$

を表す式を入力している.

● 表のデータを入力後,

(5) メニュー 「データ」, 「分析」, 「ソルバー」の順にクリックしてソルバーのパラメータ入力用の窓を開く.

(6) 目的の設定という欄にセル E7 を指定する

(7) 目標値には「最大値」を選択し, チェックを入れる.

(8) 変数セルの変更欄には $x_1, x_2, x_3$ を表すセル B2 から D2 をドラックして指定する.

(9) 制約条件の対象の欄には

この例題の制約条件式

$$\begin{aligned}4 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 + 7 \cdot x_3 &\leq 90 \\1 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 + 9 \cdot x_3 &\leq 60 \\6 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 + 14 \cdot x_3 &\leq 110 \\4 \cdot x_1 + 10 \cdot x_2 + 1 \cdot x_3 &\leq 75\end{aligned}$$

を表す式を入力する.

このためには,入力窓の「追加」をクリックし制約条件の追加入力用の窓を表示させ,

例えば

$$4 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 + 7 \cdot x_3 \leq 90$$



を表す式を入力するのであれば

セルの参照欄に  $4 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 + 7 \cdot x_3$  を表すセル E3 を指定

$\leq, =, \geq$  などのドロップダウンリストで  $\leq$  を選択し, 制約条件の欄に

は上限値の 90 を入力する. 入力後さらに「追加」をクリックし他の

3つの制約条件式も同様に入力する.

(10) さらに, 制約条件式  $0 \leq x_1, 0 \leq x_2, 0 \leq x_3$  を指定するため

「制約のない変数を非負数にする」 にチェックを入れる.

ソルバーのパラメーター

目的セルの設定:(I)

\$E\$7

$$L(x_1, x_2, x_3) = 80x_1 + 110x_2 + 95x_3$$

目標値:  最大値(M)  最小値(N)  指定値:(V)

0

変数セルの変更:

\$B\$2:\$D\$2

$x_1, x_2, x_3$

制約条件の対象:(U)

\$E\$3 <= \$F\$3  
\$E\$4 <= \$F\$4  
\$E\$5 <= \$F\$5  
\$E\$6 <= \$F\$6

$$4x_1 + 0x_2 + 7x_3 \leq 90$$

$$1x_1 + 3x_2 + 9x_3 \leq 60$$

$$6x_1 + 0x_2 + 14x_3 \leq 110$$

$$4x_1 + 10x_2 + 1x_3 \leq 75$$

追加(A)

変更(C)

削除(D)

すべてリセット(R)

読み込み/保存(L)

制約のない変数を非負数にする(K)

$$0 \leq x_1, 0 \leq x_2, 0 \leq x_3$$

解決方法の選択:  
(E)

シンプレックス LP

オプション(P)

解決方法

滑らかな非線形を示すソルバー問題には GRG 非線形エンジン、線形を示すソルバー問題には LP シンプレックス エンジン、滑らかではない非線形を示すソルバー問題にはエボリューションナリー エンジンを選択してください。

ヘルプ(H)

解決(S)

閉じる(O)

(11) 最後に「解決」をクリックすると以下の結果が出力される。

	A	B	C	D	E	F
1		x1	x2	x3		MAX
2		7.8545455	3.9090909	4.4909091		
3	I	4	0	7	62.854545	90
4	II				60	60
5	III				110	110
6	IV				75	75
7	L				1485	
8						
9						
10						
11						
12						
13						

ソルバーの結果

ソルバーによって解が見つかりました。すべての制約条件と最適化条件を満たしています。

ソルバーの解の保持  
 計算前の値に戻す

ソルバー パラメーターのダイアログに戻る  
 アウトライン レポート

レポート  
 解答  
 感度  
 条件

ソルバーによって解が見つかりました。すべての制約条件と最適化条件を満たしています。  
 GRG エンジンが使用されるのは、ソルバーで 1 つ以上のローカル最適解が見つかった場合です。シンプレックス LP が使用されるのは、ソルバーでグローバル最適解が見つかった場合です。

$$x_1 = 7.8, x_2 = 3.9, x_3 = 4.5$$

のときに

$$L(x_1, x_2, x_3) = 80 \cdot x_1 + 110 \cdot x_2 + 95 \cdot x_3$$

が最大値 1485 をもつことを表す.制約条件は満たされている.

## 例題 2 (輸送問題)

製品を 2 つの工場 A1,A2 で製造し 3 社 B1,B2,B3 に納入している企業がある。これら 3 社からの注文は表 2-1 の通りである。この注文に応じるため表 2-2 のように工場 A1,A2 で製品を製造する。製造した製品を工場 A1,A2 からそれぞれ B1,B2,B3 に輸送する際の 1 単位当たりのコストは表 2-3 の通りである。3 社 B1,B2,B3 からの注文を充足し、かつ、輸送コストを最小にするには、工場 A1,A2 から 3 社 B1,B2,B3 への輸送数をどのように配分すれば良いか。

表 2-1(注文数)

B1	65
B2	45
B3	50

表 2-2(製造数)

A1	70
A2	90

表 2-3(輸送コスト)

	B1	B2	B3
A1	5	7	11
A2	10	6	3

## 解 法

工場  $A_i$  から注文先  $B_j$  への製品の輸送量を  $x_{i,j}$  ( $i = 1, 2; j = 1, 2, 3$ ) で表すと, 表 2-1 から工場  $A_1, A_2$  から注文先  $B_1, B_2, B_3$  への輸送について制約条件式

$$x_{1,1} + x_{2,1} = 65$$

$$x_{1,2} + x_{2,2} = 45$$

$$x_{1,3} + x_{2,3} = 50$$

を満たす.

また, 表 2-2 から工場  $A_1, A_2$  の製造量について制約条件式

$$x_{1,1} + x_{1,2} + x_{1,3} = 70$$

$$x_{2,1} + x_{2,2} + x_{2,3} = 90$$

を満たす.

さらに製造量は非負であるから

$$0 \leq x_{i,j} \quad i = 1, 2; j = 1, 2, 3$$

これらの制約条件の下で輸送コストの総和

$$5x_{1,1} + 7x_{1,2} + 11x_{1,3} + 10x_{2,1} + 6x_{2,2} + 3x_{2,3}$$

の最小値を求める. 例題 1 と同様に Microsoft Excel のソルバーを用いる. 作成したデータは以下の通りである.

表 2-3(輸送コスト)

	B1	B2	B3
A1	5	7	11
A2	10	6	3

	A	B	C				
1		単位当たり輸送コスト					
2		B1	B2	B3			
3	A1		5	7	11		
4	A2		10	6	3		
5							
6		輸送配分					
7		B1	B2	B3			
8	A1		0	0	0	0	70
9	A2		0	0	0	0	90
10			0	0	0		
11	制約		65	45	50		
12							
13		輸送コスト					
14			0				

=SUM(B8:D8)  $x_{1,1} + x_{1,2} + x_{1,3}$

=SUM(B9:D9)  $x_{2,1} + x_{2,2} + x_{2,3}$

制約

表 2-1(注文数)

B1	65
B2	45
B3	50

=SUM(B8:B9)  $x_{1,1} + x_{2,1}$

=SUM(C8:C9)  $x_{1,2} + x_{2,2}$

=SUM(D8:D9)  $x_{1,3} + x_{2,3}$

表 2-2(製造数)

A1	70
A2	90

=SUMPRODUCT(B3:D3,B8:D8)+ SUMPRODUCT(B4:D4,B9:D9)

$5x_{1,1} + 7x_{1,2} + 11x_{1,3} + 10x_{2,1} + 6x_{2,2} + 3x_{2,3}$

ソルバーのパラメータ 入力は以下の通りである。

B14: SUMPRODUCT(B3:D3,B8:D8)+ SUMPRODUCT(B4:D4,B9:D9)  
 $5x_{1,1} + 7x_{1,2} + 11x_{1,3} + 10x_{2,1} + 6x_{2,2} + 3x_{2,3}$

目的セルの設定:(I)

目標値:  最大値(M)  最小値(N)  指定値:(V)

変数セルの変更:(B)   $x_{1,1}, x_{1,2}, x_{1,3}, x_{2,1}, x_{2,2}, x_{2,3}$

制約条件の対象:(U)

制約のない変数を非負数にする(K)

解決法の選択:

解決  
滑らかな非線形を示すソルバー問題には GRG 非線形  
レック  
滑らかではない非線形を示すソルバー  
ださい

$x_{1,1} + x_{2,1} = 65$   
 $x_{1,2} + x_{2,2} = 45$   
 $x_{1,3} + x_{2,3} = 50$   
 $x_{1,1} + x_{1,2} + x_{1,3} = 70$   
 $x_{2,1} + x_{2,2} + x_{2,3} = 90$

$0 \leq x_{i,j} \quad i = 1,2; j = 1,2,3$

ソルバーによる結果は以下の通りである。

$$x_{1,1} = 65, x_{1,2} = 5, x_{1,3} = 0, x_{2,1} = 0, x_{2,2} = 40, x_{2,3} = 50$$

のとき輸送コストの総和

$$5x_{1,1} + 7x_{1,2} + 11x_{1,3} + 10x_{2,1} + 6x_{2,2} + 3x_{2,3}$$

が最小値 750 になることを示している。表 2-1, 表 2-2 の制約条件を

満たしている。



